
Matematica e Informatica: dalla teoria alla realtà!

R. Vitolo (Università del Salento)



Di cosa parleremo?

Di cosa parleremo?

Matematica applicata
all'Informatica

Grafica 3D: Quake 4

Grafica 3D:
SolidWorks

Grafica 3D: la
Matematica (1)

Grafica 3D: la
Matematica (2)

Grafica 3D: la
Matematica (3)

Esempio di rotazione

Compressione MP3

Serie di Fourier e
compressione MP3

Informatica applicata
alla Matematica

Matematica e
Software

Calcolo numerico:
equazioni lineari

Determinanti

- Come la Matematica si applica all'Informatica
- Come l'Informatica si applica alla Matematica
- Matematica e Software: *hands-on!*

Matematica applicata all'Informatica

Di cosa parleremo?

Matematica applicata
all'Informatica

Grafica 3D: Quake 4

Grafica 3D:
SolidWorks

Grafica 3D: la
Matematica (1)

Grafica 3D: la
Matematica (2)

Grafica 3D: la
Matematica (3)

Esempio di rotazione

Compressione MP3

Serie di Fourier e
compressione MP3

Informatica applicata
alla Matematica

Matematica e
Software

Calcolo numerico:
equazioni lineari

Determinanti

- Grafica 3D (progettazione CAD e videogiochi)
- Compressione MP3 e MPEG-2

Grafica 3D: Quake 4

Di cosa parleremo?

Matematica applicata all'Informatica

Grafica 3D: Quake 4

Grafica 3D: SolidWorks

Grafica 3D: la Matematica (1)

Grafica 3D: la Matematica (2)

Grafica 3D: la Matematica (3)

Esempio di rotazione

Compressione MP3

Serie di Fourier e compressione MP3

Informatica applicata alla Matematica

Matematica e Software

Calcolo numerico: equazioni lineari

Determinanti



Grafica 3D: SolidWorks

Di cosa parleremo?

Matematica applicata all'Informatica

Grafica 3D: Quake 4

Grafica 3D: SolidWorks

Grafica 3D: la Matematica (1)

Grafica 3D: la Matematica (2)

Grafica 3D: la Matematica (3)

Esempio di rotazione

Compressione MP3

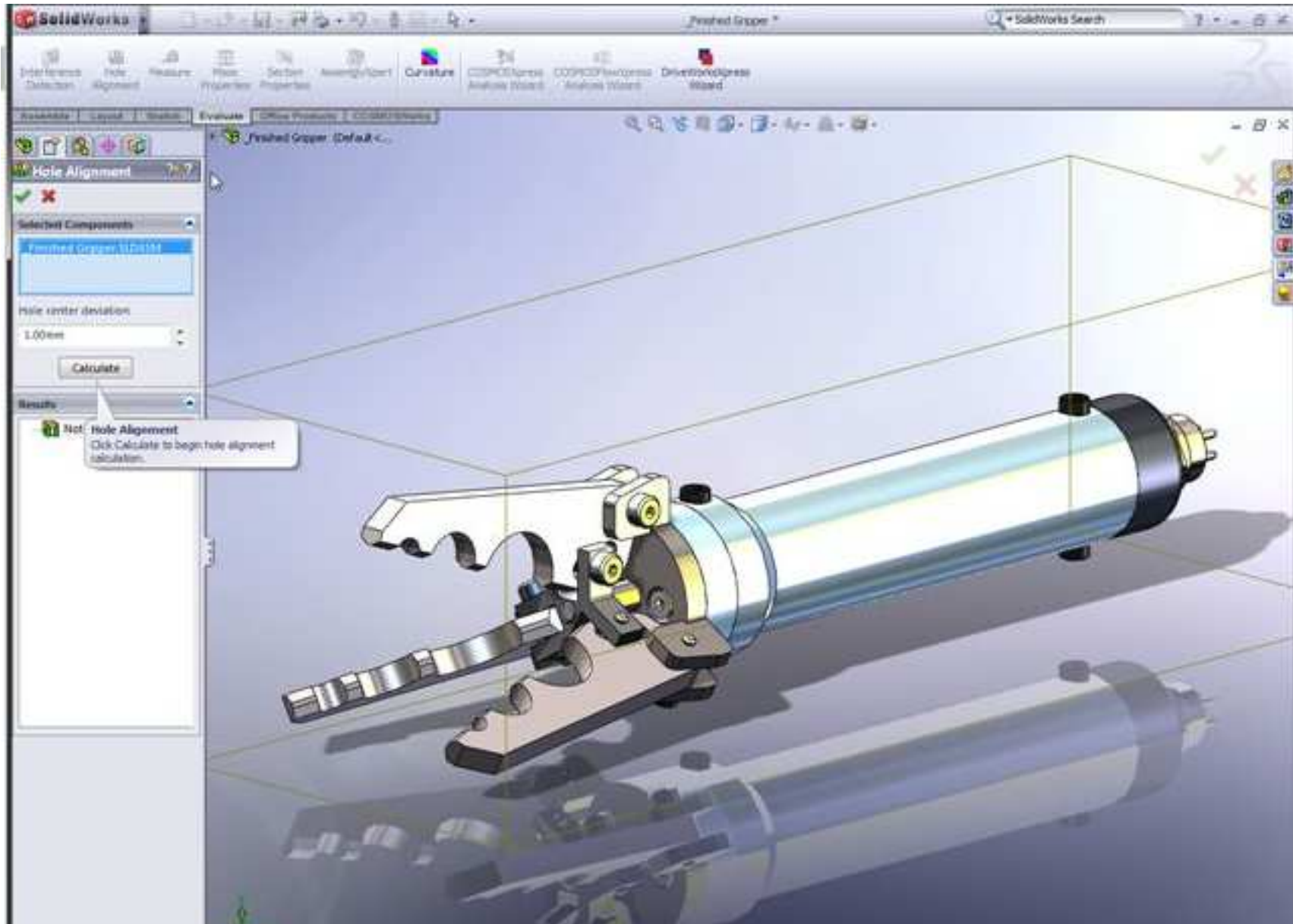
Serie di Fourier e compressione MP3

Informatica applicata alla Matematica

Matematica e Software

Calcolo numerico: equazioni lineari

Determinanti



Grafica 3D: la Matematica (1)

Di cosa parleremo?

Matematica applicata all'Informatica

Grafica 3D: Quake 4

Grafica 3D: SolidWorks

Grafica 3D: la Matematica (1)

Grafica 3D: la Matematica (2)

Grafica 3D: la Matematica (3)

Esempio di rotazione

Compressione MP3

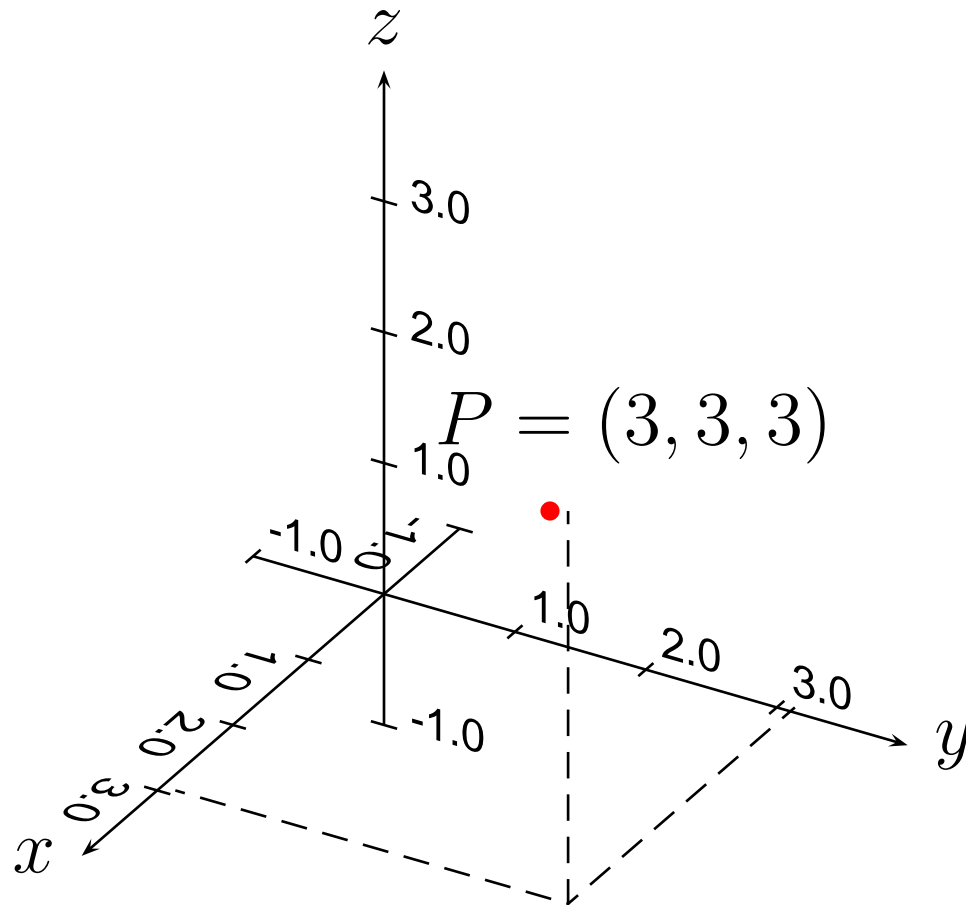
Serie di Fourier e compressione MP3

Informatica applicata alla Matematica

Matematica e Software

Calcolo numerico: equazioni lineari

Determinanti



Grafica 3D: la Matematica (2)

Di cosa parleremo?

Matematica applicata all'Informatica

Grafica 3D: Quake 4

Grafica 3D: SolidWorks

Grafica 3D: la Matematica (1)

Grafica 3D: la Matematica (2)

Grafica 3D: la Matematica (3)

Esempio di rotazione

Compressione MP3

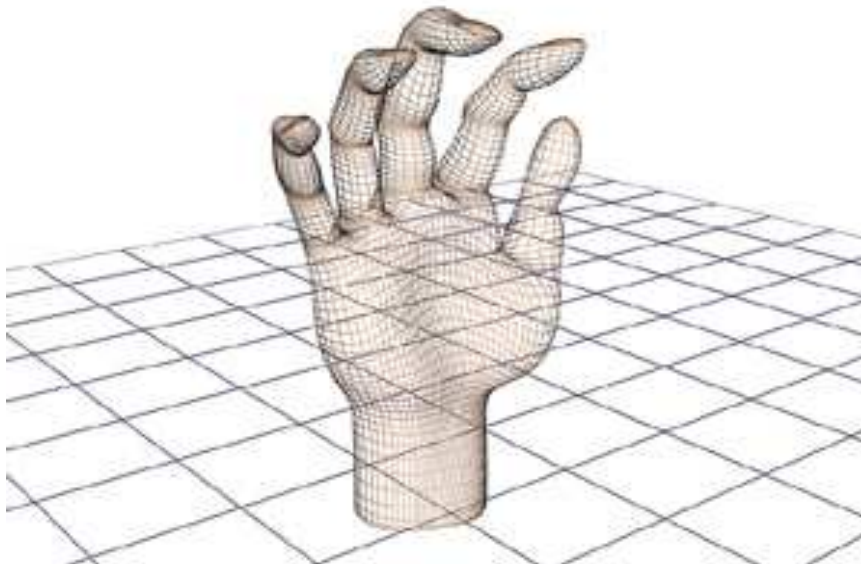
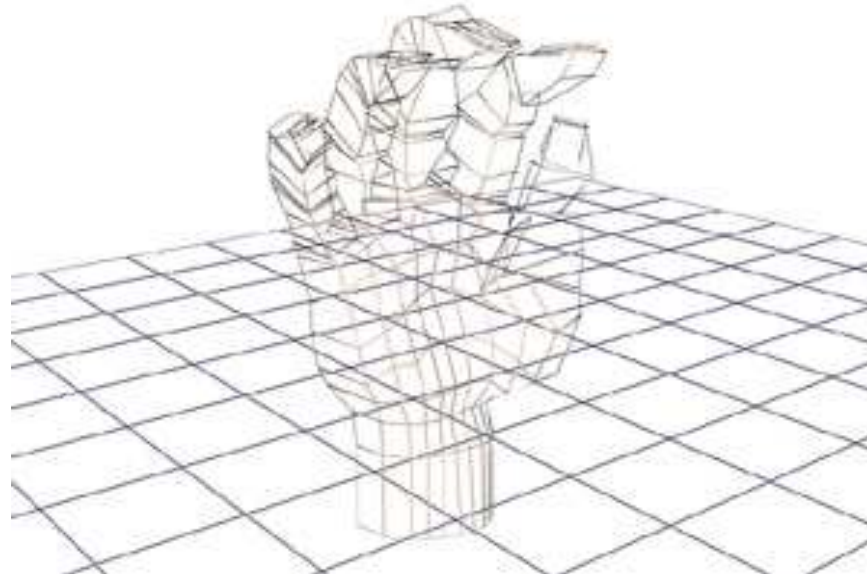
Serie di Fourier e compressione MP3

Informatica applicata alla Matematica

Matematica e Software

Calcolo numerico: equazioni lineari

Determinanti



Grafica 3D: la Matematica (3)

Le trasformazioni sui **vettori** (x, y, z) sono del tipo

$$\begin{cases} x' = a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z + x_0 \\ y' = a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z + y_0 \\ z' = a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z + z_0 \end{cases}$$

o, con il linguaggio delle **matrici**:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$$

Di cosa parleremo?

Matematica applicata all'Informatica

Grafica 3D: Quake 4

Grafica 3D: SolidWorks

Grafica 3D: la Matematica (1)

Grafica 3D: la Matematica (2)

Grafica 3D: la Matematica (3)

Esempio di rotazione

Compressione MP3

Serie di Fourier e compressione MP3

Informatica applicata alla Matematica

Matematica e Software

Calcolo numerico: equazioni lineari

Determinanti

Esempio di rotazione

Rotazione di angolo θ intorno all'asse z :

$$\begin{cases} x' = (\cos \theta)x - (\sin \theta)y \\ y' = (\sin \theta)x + (\cos \theta)y \\ z' = z \end{cases}$$

o, con il linguaggio delle **matrici**:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Di cosa parleremo?

Matematica applicata
all'Informatica

Grafica 3D: Quake 4

Grafica 3D:
SolidWorks

Grafica 3D: la
Matematica (1)

Grafica 3D: la
Matematica (2)

Grafica 3D: la
Matematica (3)

Esempio di rotazione

Compressione MP3

Serie di Fourier e
compressione MP3

Informatica applicata
alla Matematica

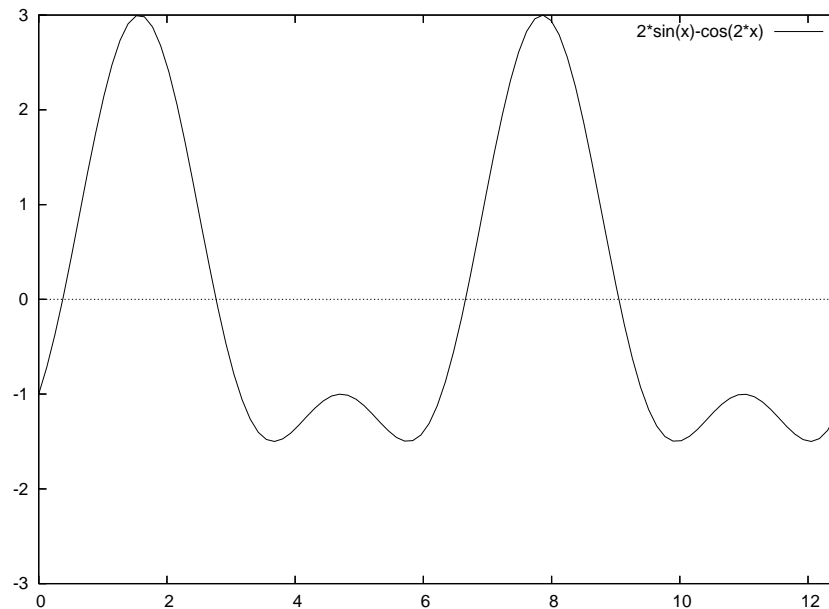
Matematica e
Software

Calcolo numerico:
equazioni lineari

Determinanti

Compressione MP3

Ogni funzione periodica $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, ad es.



si scrive come una **serie di Fourier**, ovvero una somma infinita di funzioni trigonometriche semplici (**armoniche fondamentali**)

Di cosa parleremo?

Matematica applicata all'Informatica

Grafica 3D: Quake 4

Grafica 3D: SolidWorks

Grafica 3D: la Matematica (1)

Grafica 3D: la Matematica (2)

Grafica 3D: la Matematica (3)

Esempio di rotazione

Compressione MP3

Serie di Fourier e compressione MP3

Informatica applicata alla Matematica

Matematica e Software

Calcolo numerico: equazioni lineari

Determinanti

Serie di Fourier e compressione MP3

Di cosa parleremo?

Matematica applicata all'Informatica

Grafica 3D: Quake 4

Grafica 3D: SolidWorks

Grafica 3D: la Matematica (1)

Grafica 3D: la Matematica (2)

Grafica 3D: la Matematica (3)

Esempio di rotazione

Compressione MP3

Serie di Fourier e compressione MP3

Informatica applicata alla Matematica

Matematica e Software

Calcolo numerico: equazioni lineari

Determinanti

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx))$$

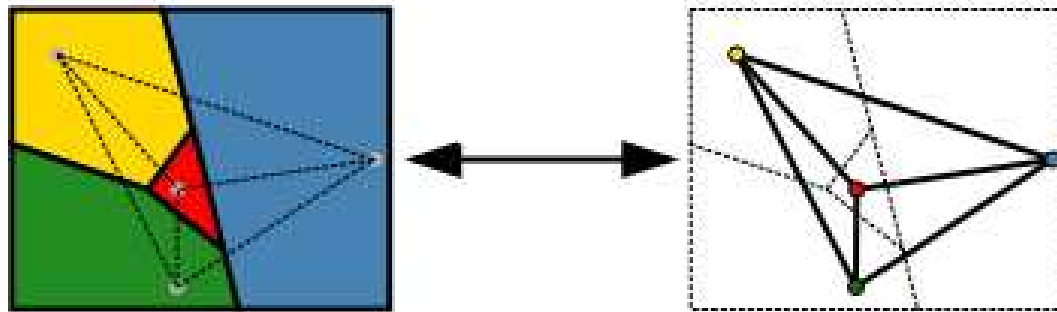
Compressione MP3: scrivere la f come serie di Fourier (trasformata di Fourier di f), ed applicare il **modello psicoacustico** al risultato:

- udibilità 20Hz–20000Hz, con intervalli di 2Hz;
- mascheramento spaziale e temporale;
- codifica congiunta dei canali stereo; . . .

Informatica applicata alla Matematica

Dato un piano diviso in regioni (come una mappa), le regioni possono essere colorate usando non più di 4 colori in modo che due regioni adiacenti (cioè che condividano un tratto di confine, e non un singolo punto) non abbiano mai lo stesso colore.

Si noti che le regioni devono essere contigue, non possono consistere di più parti disgiunte.



Il teorema è stato provato nel 1976 al calcolatore.

Di cosa parleremo?

Matematica applicata all'Informatica

Grafica 3D: Quake 4

Grafica 3D: SolidWorks

Grafica 3D: la Matematica (1)

Grafica 3D: la Matematica (2)

Grafica 3D: la Matematica (3)

Esempio di rotazione

Compressione MP3

Serie di Fourier e compressione MP3

Informatica applicata alla Matematica

Matematica e Software

Calcolo numerico: equazioni lineari

Determinanti

Matematica e Software

Ci sono due modi di procedere: il modo **numerico** (preferito dalla maggior parte dei matematici applicati) ed il modo **simbolico**.

Programmi per il calcolo numerico: **MATLAB** (Octave) per calcoli con vettori e matrici, programmazione **FORTRAN** . . .

Programmi per il calcolo simbolico: **MAPLE**, **MATHEMATICA**, **MAXIMA**, . . .

Di cosa parleremo?

Matematica applicata all'Informatica

Grafica 3D: Quake 4

Grafica 3D: SolidWorks

Grafica 3D: la Matematica (1)

Grafica 3D: la Matematica (2)

Grafica 3D: la Matematica (3)

Esempio di rotazione

Compressione MP3

Serie di Fourier e compressione MP3

Informatica applicata alla Matematica

Matematica e Software

Calcolo numerico: equazioni lineari

Determinanti

Calcolo numerico: equazioni lineari

Un sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Le corrispondenti **matrici**:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

Di cosa parleremo?

Matematica applicata all'Informatica

Grafica 3D: Quake 4

Grafica 3D: SolidWorks

Grafica 3D: la Matematica (1)

Grafica 3D: la Matematica (2)

Grafica 3D: la Matematica (3)

Esempio di rotazione

Compressione MP3

Serie di Fourier e compressione MP3

Informatica applicata alla Matematica

Matematica e Software

Calcolo numerico: equazioni lineari

Determinanti

Determinanti

In un sistema del tipo

$$\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$$

se il **determinante** $ac - bd$ è diverso da zero la soluzione è unica. Questa quantità dipende solo dalla **matrice** dei coefficienti.

Di cosa parleremo?

Matematica applicata all'Informatica

Grafica 3D: Quake 4

Grafica 3D: SolidWorks

Grafica 3D: la Matematica (1)

Grafica 3D: la Matematica (2)

Grafica 3D: la Matematica (3)

Esempio di rotazione

Compressione MP3

Serie di Fourier e compressione MP3

Informatica applicata alla Matematica

Matematica e Software

Calcolo numerico: equazioni lineari

Determinanti

Di cosa parleremo?

Matematica applicata
all'Informatica

Grafica 3D: Quake 4

Grafica 3D:
SolidWorks

Grafica 3D: la
Matematica (1)

Grafica 3D: la
Matematica (2)

Grafica 3D: la
Matematica (3)

Esempio di rotazione

Compressione MP3

Serie di Fourier e
compressione MP3

Informatica applicata
alla Matematica

Matematica e
Software

Calcolo numerico:
equazioni lineari

Determinanti

Esempi con **OCTAVE**:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -2x + y = 0 \end{cases}$$

Esempio di codice **FORTRAN**.

Esempi con **MAXIMA**:

$$f(x) = \frac{x - 2}{x - 1} e^{x-1}$$